

Analisis Jenis Kesalahan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematis Pada Mata Kuliah Analisis Real

Devi Tri Lestari¹, Rusi Ulfa Hasanah², Putri Anggraini³, Nabila Utami⁴

¹⁻⁴Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

Alamat: Jl. William Iskandar Ps. V, Medan Estate, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang Sumatera Utara

Korespondensi Penulis: Rusiulfahasanah@uinsu.ac.id*

Abstract. *Mathematical proof is an important aspect in real analysis courses but is often a challenge for students. This research aims to analyze the types of errors that students often make in mathematical proofs in real analysis courses. The research method uses library research to explore the background, objectives, methods, findings and implications of the problem. The results of the analysis show that logical errors, conceptual errors, notation and writing errors, and heuristic thinking errors are the most common. These findings imply the need to develop more effective learning strategies to help students overcome difficulties in mathematical proofs. By understanding the types of errors that frequently occur, instructors can design learning methods that better suit students' needs.*

Keywords: *Mathematical proof, Real Analysis, Student errors*

Abstrak. Pembuktian matematis merupakan aspek penting dalam mata kuliah analisis real namun sering kali menjadi tantangan bagi siswa. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis jenis-jenis kesalahan yang sering dilakukan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real. Metode penelitian menggunakan penelitian kepustakaan untuk menelusuri latar belakang, tujuan, metode, temuan dan implikasi permasalahan. Hasil analisis menunjukkan bahwa kesalahan logika, kesalahan konseptual, kesalahan notasi dan penulisan, serta kesalahan berpikir heuristik adalah yang paling banyak terjadi. Temuan ini menyiratkan perlunya mengembangkan strategi pembelajaran yang lebih efektif untuk membantu siswa mengatasi kesulitan dalam pembuktian matematis. Dengan memahami jenis-jenis kesalahan yang sering terjadi, instruktur dapat merancang metode pembelajaran yang lebih sesuai dengan kebutuhan siswa.

Kata kunci: Pembuktian matematis, Analisis Real, Kesalahan mahasiswa

LATAR BELAKANG

Menurut Polya (1985: 154), permasalahan matematika dapat dibedakan menjadi dua jenis. Ini adalah pertanyaan tentang menemukan jawaban (problem to find) dan pertanyaan yang perlu dibuktikan (problem to proof). Pelajar Indonesia umumnya belum terbiasa dengan pertanyaan tentang bukti. Guru mengajar matematika hanya dari sudut pandang penggunaan prosedur atau algoritma untuk memecahkan masalah yang melibatkan penerapan konsep matematika. Sangat sedikit latihan yang diberikan oleh guru atau buku yang menuntut siswa untuk mampu membuktikan pernyataan matematika. Kalaupun ada, permasalahan tersebut hanya menyangkut pembuktian identitas dalam trigonometri atau operasi aljabar sederhana. Siswa yang dapat membuktikan pernyataan matematis biasanya adalah siswa yang termotivasi untuk mengikuti kompetisi olimpiade matematika. Mereka dilatih dalam jangka waktu tertentu, namun jumlah siswa yang berpartisipasi tidak banyak, sekitar 10 orang per sekolah.

Akibatnya mahasiswa yang melanjutkan studi dan mengambil mata kuliah matematika atau pendidikan matematika mengalami “shock” ketika dihadapkan pada tugas pembuktian pernyataan matematika di perkuliahan. Soal pembuktian matematis wajib ada pada semua mata kuliah matematika, khususnya pada teori bilangan, analisis, analisis real, dan struktur aljabar. Siswa yakin bahwa pernyataan yang perlu dibuktikannya itu benar adanya, sehingga tidak perlu dibuktikan lagi. Mereka sering menggunakan pernyataan-pernyataan ini ketika memecahkan masalah yang hanya berkaitan dengan penerapan konsep.

Peralihan soal bukti matematika dari sekolah menengah ke perguruan tinggi bisa terasa tiba-tiba. Hal ini menjadi sumber kesulitan bagi siswa yang mempunyai masalah pembuktian, bahkan mereka yang dikenal pandai matematika SMA (Moore, 1994). Materi logika yang dipelajari di SMA kurang bermanfaat untuk menyelesaikan soal pembuktian matematika. Mereka masih kesulitan dengan berbagai terminologi, notasi, dan bahasa yang digunakan dalam pembuktian matematis. Banyak siswa yang kesulitan menolak pernyataan matematis, meskipun mereka dapat memahaminya dengan benar dalam bentuk kalimat beraturan.

Banyak peneliti di luar negeri yang telah melakukan penelitian empiris tentang kesulitan kognitif tugas pembuktian matematis, umumnya dengan tema geometri di sekolah. Siswa mungkin mengalami kesulitan dalam pembuktian matematis, antara lain: a) mengenali sifat dasar pembuktian matematis, b) logika dan metode pembuktian, c) kemampuan pemecahan masalah, dan d) bahasa matematika; dan (e) pemahaman konseptual (Moore, 1994). Alcock dan Weber (2005) menemukan bahwa 10 dari 13 siswa gagal mengenali langkah-langkah yang tidak valid dalam suatu pembuktian. Ko dan Knuth (2009) menemukan bahwa dari 36 siswa yang diteliti, tidak ada satupun yang mampu menuliskan pembuktian matematis secara lengkap dan hanya 25 yang mampu memberikan contoh tandingan untuk menolak pernyataan yang salah. Kogse dkk (2010) menemukan bahwa siswa mengetahui arti pembuktian matematis tetapi hanya menggunakan pola induktif dan studi kasus untuk membuktikannya. Gianna Koulias dkk, (2010) menemukan bahwa guru menggunakan teori dan aturan umum untuk menolak argumen yang tidak valid dan jarang menggunakan argumen tandingan.

Beberapa peneliti telah melakukan penelitian yang bertujuan untuk meningkatkan kemampuan pembuktian matematis siswa. Misalnya Kusnandi (2006), Arnawa dkk (2007) dan Maya (2011). Namun hasilnya masih belum memuaskan. Hal ini disebabkan peneliti mengabaikan kesulitan kognitif siswa dalam pembuktian. Oleh karena itu, khususnya pada mata kuliah analisis nyata, perlu dilakukan penyelidikan yang lebih rinci untuk mengungkap kesulitan kognitif siswa ketika dihadapkan pada permasalahan atau soal yang memerlukan

pembuktian matematis. Selain itu, penelitian ini dapat mengungkapkan persepsi siswa terhadap masalah pembuktian dalam matematika.

KAJIAN TEORITIS

A. Pendahuluan

Pembuktian matematis merupakan aspek fundamental dalam pengembangan kemampuan berpikir kritis dan pemecahan masalah dalam matematika. Namun, pembuktian matematis sering kali menjadi tantangan bagi mahasiswa, terutama pada tingkat mata kuliah Analisis Real. Dalam kajian teoritis ini, kami akan mengeksplorasi literatur terkait dengan jenis-jenis kesalahan yang sering dibuat oleh mahasiswa dalam pembuktian matematis, faktor-faktor yang mempengaruhinya, serta pendekatan pembelajaran yang efektif untuk mengatasi kesulitan ini.

B. Jenis Kesalahan dalam Pembuktian Matematis

1. Kesalahan Logika: Salah satu jenis kesalahan yang sering terjadi adalah kesalahan dalam logika pembuktian. Ini mencakup kesalahan dalam pemahaman konsep logika dasar seperti implikasi, kontradiksi, atau negasi.
2. Kesalahan Konseptual: Mahasiswa sering kali melakukan kesalahan dalam memahami konsep matematis yang mendasari dalam pembuktian. Ini dapat terjadi karena kurangnya pemahaman yang mendalam tentang teorema dasar, definisi, atau konsep-konsep terkait.
3. Kesalahan Notasi dan Penulisan: Penggunaan notasi yang tidak tepat atau penulisan yang tidak jelas juga merupakan sumber kesalahan yang umum. Mahasiswa mungkin gagal menyusun argumen mereka secara sistematis atau gagal mengkomunikasikan pemikiran mereka dengan baik melalui tulisan.
4. Kesalahan Berpikir Heuristik: Mahasiswa mungkin terjebak dalam pola berpikir heuristik yang salah atau terlalu terfokus pada pendekatan tertentu tanpa mempertimbangkan alternatif yang lebih tepat.

Kajian teoritis ini menggaris bawahi kompleksitas dan tantangan dalam pembelajaran pembuktian matematis pada mata kuliah Analisis Real. Melalui pemahaman yang mendalam tentang jenis kesalahan yang sering terjadi, faktor-faktor yang mempengaruhi kesalahan, dan pendekatan pembelajaran yang efektif, diharapkan dapat dikembangkan strategi yang lebih baik dalam mengatasi kesulitan ini dan meningkatkan pemahaman serta keterampilan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis dengan baik.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang digunakan pada kali ini ialah menggunakan penelitian kepustakaan dengan cara studi literatur dimana peneliti menggunakan berbagai literatur untuk memahami konsep dasar pembuktian matematis, jenis-jenis kesalahan yang mungkin terjadi, dan pendekatan pembelajaran yang efektif. Pengembangan instrumen penelitian berupa tes atau soal pembuktian matematis yang mencakup berbagai konsep yang diajarkan dalam mata kuliah Analisis Real. Penelitian ini menggunakan pengumpulan data dengan melalui wawancara atau kuesioner untuk memahami persepsi mahasiswa terkait kesulitan dalam pembuktian matematis, penelitian ini juga menggunakan Analisis kualitatif terhadap kesalahan yang dibuat oleh mahasiswa dalam pembuktian matematis, seperti kesalahan logika, penulisan yang tidak jelas, atau gagal memahami konsep tertentu. Hasil daripada interpretasi penelitian ini memberikan kesimpulan tentang jenis kesalahan yang paling umum terjadi dan faktor-faktor yang memengaruhi terjadinya kesalahan, berdasarkan temuan penelitian, memberikan rekomendasi untuk meningkatkan pembelajaran pembuktian matematis pada mata kuliah Analisis Real.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada artikel 1 atas nama (Siti Qomariyah, Ummi Rosyidah. 2022) dengan judul “Kesulitan Belajar Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Analisis Real” membahas tentang persentase tinggi kesulitan belajar mahasiswa yang dipengaruhi oleh faktor lingkungan sekolah (61%). Mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami dan menerapkan konsep Analisis Real II, yang berdampak pada nilai yang lebih rendah. Mahasiswa kesulitan dalam membuktikan teorema dan kurang memiliki keterampilan berpikir logis dan sistematis. Studi ini menekankan pentingnya kemampuan kognitif seperti analisis, sintesis, dan evaluasi dalam pembelajaran matematika di perguruan tinggi. Secara keseluruhan, studi ini menyoroti pentingnya mengatasi faktor lingkungan, meningkatkan metode pengajaran, dan mendorong keterampilan berpikir kritis untuk membantu mahasiswa mengatasi kesulitan belajar dalam mata kuliah Analisis Real II.

Pada artikel 2 atas nama (Muhamad Farhan. 2020) dengan judul "Kemandirian Belajar dan Kemampuan Penalaran Matematis pada Mata Kuliah Analisis Real" . membahas tentang terdapat pengaruh signifikan kemandirian belajar terhadap kemampuan penalaran matematis pada matakuliah analisis real dengan kontribusi pengaruh yang diberikan sebesar 26,5% dan 73,5% dipengaruhi oleh faktor lain yang tidak terkontrol dalam penelitian ini. Mahasiswa yang memiliki kemandirian belajar yang tinggi mampu melakukan proses pemecahan masalah

dengan cara yang sistematis dan tepat yang melibatkan berbagai kemampuan matematis diantaranya kemampuan penalaran matematis. Kemandirian belajar perlu diteliti lebih lanjut dengan pengembangan variabel terikat lainnya dan Penelitian ini dapat dijadikan sebagai referensi untuk pengembangan penelitian-penelitian lainnya yang relevan.

Artikel 3 atas nama (Era Dewi Kartika, Nok Izatul Yazidah. 2019) dengan judul “Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Matakuliah Analisis Real Berdasarkan Adversity Quotient” membahas tentang Lebih dari 50% mahasiswa yang telah mengikuti matakuliah analisis real berada pada level Camper berdasarkan AQ. Mahasiswa Camper lebih mampu menyusun pembuktian langsung dibandingkan mahasiswa Quitter dan Climber. Mahasiswa belum mampu menyebutkan definisi bilangan rasional dengan benar dan lengkap. Mahasiswa masih menggunakan pengambilan contoh untuk pembuktian langsung. Mahasiswa belum memberikan pernyataan kebenaran pada akhir pembuktian.

Artikel 4 atas nama (Hodiyanto. 2017) dengan judul "Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester V dalam Mengerjakan Soal Pengantar Analisis Real" membahas tentang Kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dengan kategori tinggi pada kelas C sore semester V Program Studi Pendidikan matematika IKIP PGRI Pontianak Fakultas. Pendidikan MIPATEK dalam mengerjakan soal pengantar analisis real (PAR) adalah: kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa adalah salah dalam memberikan pemisalan, salah memberikan kesimpulan di langkah-langkah jawaban, tidak memahami teorema yang harus dibuktikan. Kesalahan yang dilakukan mahasiswa dengan kategori sedang adalah: salah dalam mengoperasikan bilangan bulat dan himpunan penyelesaian pertidaksamaan kuadrat, salah memberikan pemisalan, salah memberikan kesimpulan di langkah-langkah jawaban, tidak memahami teorema yang harus dibuktikan. Kesalahan yang dilakukan mahasiswa dengan kategori rendah adalah: salah menentukan infimum dan supremum, salah menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat, kesalahan dalam memberikan kesimpulan dari langkah pembuktian yang diberikan, kesalahan dalam menentukan titik limit, kesalahan dalam pembuktian yang berupa bimplikasi dan memberikan kesimpulan yang salah dalam biimplikasi.

Artikel 5 atas nama (Fitriani, Meiva Marthaulina Lestari Siahaan. 2022) dengan judul "Deskripsi Kemampuan Pembuktian Langsung Mahasiswa pada Matakuliah Analisis Variabel Riil" membahas tentang Mahasiswa pada umumnya sudah paham hal-hal yang harus diperhatikan dalam pembuktian langsung. Ditemukan mahasiswa yang tidak mengetahui langkah awal atau pemikiran awal untuk mengkonstruksi suatu bukti. Ada pula mahasiswa yang menuliskan pernyataan yang akan dibuktikan di awal pembuktian yang disusunnya. Hanya sebagian kecil mahasiswa yang bisa memikirkan pernyataan awal atau pemisalan awal

secara umum yang kemudian dengan menerapkan aksioma atau teorema yang tepat sehingga memperoleh pernyataan akhir yang tidak lain merupakan pernyataan yang harus dibuktikan. Terdapat mahasiswa yang masih menuliskan pernyataan matematis yang tidak mengandung arti misalnya $z = z$. Mahasiswa kurang mencermati kuantor yang ada pada pernyataan yang ingin dibuktikan.

Artikel 6 atas nama (Hanifah. 2021) dengan judul "Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Limit dan Kekontinuan" membahas tentang hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa: nilai rata-rata hasil KPM mahasiswa = 75,47 dan termasuk kualifikasi baik. Nilai KPM mahasiswa tertinggi = 100, nilai KPM mahasiswa terendah = 33,33. Ada 53,4% mahasiswa mempunyai KPM di atas rata-rata. Nilai rata-rata KPM mahasiswa tiap soal adalah: soal 1 = 62,36 dengan kualifikasi cukup, soal 2 = 70,51 dengan kualifikasi baik, soal 3 = 76,28 dengan kualifikasi baik, soal 4 = 76,28 dengan kualifikasi baik, soal 5 = 91,92 dengan kualifikasi sangat baik. Nilai rata-rata KPM tiap tahapan Polya adalah: KPM P1 = 88,46 dengan kualifikasi sangat baik ; KPM P2 = 61,54 dengan kualifikasi cukup; KPM P3 = 60,15 dengan kualifikasi cukup; KPM P4 = 60,00 dengan kualifikasi cukup. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa yang memiliki kemampuan pemecahan masalah limit dan kekontinuan dengan nilai $> 75,47$ lebih banyak dari yang berkemampuan dibawah rata-rata.

Artikel 7 atas nama (Bertu Rianto Takaendengan, dkk. 2022) dengan judul "Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real Berdasarkan Newmann's Error Analysis" membahas tentang Hasil penelitian menemukan terdapat 4 kekeliruan yang dilakukan mahasiswa dalam menjawab soal pada mata kuliah analisis real ditinjau dari Newmann's Error Analysis yaitu kesalahan: (1) membaca; (2) pemahaman; (3) kesalahan transformasi; (4) kesalahan keterampilan proses. Identifikasi ini dapat menjadi pertimbangan bagi dosen pengampu mata kuliah analisis real untuk dapat mendesain pembelajaran agar kesalahan mahasiswa dalam menjawab soal dapat diminimalisir.

Artikel 8 atas nama (Anwar Mutaqin, dkk. 2022) dengan judul "Analisis kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real" membahas tentang kemampuan pembuktian matematis yang masih merupakan kompetensi matematika yang lemah dikuasai oleh mahasiswa. Ada tujuh jenis kesulitan yang dialami mahasiswa ketika berhadapan dengan masalah pembuktian matematis. Padahal kemampuan tersebut penting dikuasai sebagai calon guru maupun calon matematikawan. Seharusnya aktivitas pembuktian matematis bukan merupakan aktivitas istimewa dalam pembelajaran matematika, namun selalu ada dalam pembelajaran matematika pada setiap jenjang pendidikan (NCTM, 2000). Temuan-

temuan dalam penelitian ini sejalan dengan temuan Moore (1994) yang telah terlebih dahulu melakukan penelitian. Namun, penelitian ini lebih khusus karena materi yang dibahas fokus pada sistem bilangan real dan barisan bilangan real.

Artikel 9 atas nama (Kartini, Elfis Suanto. 2015) dengan judul "Analisa Kesulitan Pembuktian Matematis Mahasiswa Pada Mata Kuliah Analisis Real" membahas tentang Rata rata kemampuan membaca bukti adalah 42,2 tergolong dalam kategori rendah. Rata rata kemampuan mengkontruksi bukti adalah 40,0 tergolong dalam kategori rendah.

Artikel 10 atas nama (Nur Fauziah Siregar) dengan judul "Kesulitan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematis Pokok Bahasan Sifat Urutan Pada Bilangan Real" Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi kesulitan yang dihadapi oleh mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah Analisis Real-1, khususnya dalam topik sifat dan urutan bilangan real. Studi ini dilakukan dengan pendekatan deskriptif menggunakan 34 mahasiswa semester IV program studi tadaris/pendidikan matematika di IAIN Padangsidimpuan. Instrumen pengumpulan data berupa tes esai, dan analisis data dilakukan dengan mereduksi data, menyajikan dalam bentuk paragraf dan gambar, serta menarik kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan utama dalam (1) memahami konsep pernyataan atau simbol matematika, dan (2) menyusun bukti kebenaran secara matematis. Hal ini sejalan dengan temuan penelitian terdahulu yang menunjukkan bahwa mata kuliah Analisis Real seringkali dianggap sulit oleh mahasiswa karena sifatnya yang abstrak dan memerlukan pemahaman yang mendalam terkait pembuktian matematis.

Artikel 11 atas nama (Vivi Suwanti, Trija Fayeldi) dengan judul "Analisis Kesulitan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Pernyataan Matematika" Penelitian ini dilakukan dengan metode kualitatif deskriptif dan subjek penelitian terdiri dari 3 mahasiswa pendidikan matematika yang sedang mengambil mata kuliah Analisis Real. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa berkemampuan tinggi mampu memahami konsep atau sifat-sifat dari proposisi yang akan dibuktikan, serta mampu memilih metode pembuktian yang sesuai. Namun, mereka masih mengalami kesulitan dalam menuliskan sifat atau konsep secara tertulis dalam pembuktian matematika. Hal ini disebabkan oleh kurangnya pengalaman mahasiswa dalam menyatakan ide penyelesaian masalah matematis ke dalam bentuk tulisan yang benar dan logis. Dalam penelitian selanjutnya, disarankan untuk menggunakan metode deteksi kesulitan seperti NEA (Newman's Error Analysis) untuk melihat hasil dengan lebih terstruktur.

Artikel 12 atas nama (Eka Setyaningsih, Erni Widiyastuti) dengan judul "Pengembangan Bahan Ajar Untuk Mengembangkan Kemampuan RepresentasiI Dan

Pembuktian Matematis" jurnal yang disajikan adalah tentang pengembangan bahan ajar untuk meningkatkan kemampuan representasi dan pembuktian matematis mahasiswa dalam matakuliah Pengantar Analisis Real. Penelitian ini dilakukan di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Purwokerto. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian pengembangan dengan tahapan define, design, dan develop. Subjek penelitian adalah mahasiswa semester IV program studi Pendidikan Matematika. Hasil pengembangan berupa bahan ajar yang diuji coba kepada 33 mahasiswa dan divalidasi oleh para pakar. Evaluasi dilakukan melalui lembar validasi, angket dosen, observasi dosen, tes, observasi mahasiswa, dan angket mahasiswa. Hasil menunjukkan bahwa bahan ajar tersebut layak digunakan untuk mengembangkan kemampuan representasi dan pembuktian matematis mahasiswa.

Pada artikel 13 dengan judul "Kemampuan Berpikir Logis Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Analisis Real". Menarik Kesimpulan atau Membuat Perkiraan dan Prediksi Berdasarkan Peluang. Skor rata-rata pada indikator ini adalah sebesar 44,8 dan berada pada kategori sedang. Indikator ini diukur melalui pertanyaan pada soal no. 2, dimana mahasiswa diminta membuktikan bahwa $1 > 0$. Meskipun sebagian besar mahasiswa mampu membuktikan pernyataan $1 > 0$, akan tetapi pada langkah membuat perkiraan dan prediksi berdasarkan peluang belum dilakukan dengan baik. Sebanyak 72.4 % atau 21 orang mahasiswa mendapat skor 3 untuk indikator ini. Artinya, 72.4% sampel telah memiliki logika yang baik dan penalaran secara keseluruhan tapi ada satu langkah besar yang hilang, dimana mahasiswa tidak menuliskan sifat trikotomi yang dimiliki oleh bilangan real. Lalu, Melakukan Pembuktian. Dengan melakukan pembuktian diajukan pada setiap pertanyaan yang diajukan pada soal tes, yaitu sebanyak 6 soal. Setelah dianalisis, modus data ada pada skor 2 dan 3, masing-masing sebesar 37,9%. Sisanya sebesar 24,1% atau sebanyak 7 mahasiswa mendapat skor 1. Artinya, jawaban siswa untuk indikator ini sudah benar secara logika, namun perlu penyempurnaan dalam menuliskan argumen sehingga langkah-langkah pendukungnya menjadi lengkap.

Artikel 14 dengan judul "Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real Berdasarkan Newmann's Error Analysis". Kesalahan pada tipe ini berarti mahasiswa memahami soal (konsep) namun tidak mengetahui apa yang dibutuhkan dalam soal, terlihat pada soal pertama seperti yang ditampilkan Gambar 5, responden A2 menyebutkan bahwa himpunan tersebut tidak memiliki batas bawah sehingga tidak sesuai dengan yang diminta oleh soal (pembuktian himpunan terbatas), mahasiswa hanya mempertimbangkan bilangan positif untuk pemilihan batas bawah padahal bisa dipilih dari semua bilangan real

yang memenuhi. Kesalahan keterampilan proses didasari pada kurang telitinya mahasiswa dalam menyelesaikan soal atau terdapat langkah yang tidak valid dalam proses penyelesaian dimana seharusnya pembuktian diperoleh dari alur yang jelas yakni definisi, aksioma, atau teorema yang telah dibuktikan [23]. Hal ini juga sejalan dengan hasil wawancara dengan mahasiswa yang melakukan kesalahan di tipe ini yakni kurang cermat dalam menyelesaikan soal yang berdampak pada langkah-langkah pembuktian yang tidak dapat dijamin kebenarannya.

Pada artikel 15 berjudul tentang “Kesalahan Mahasiswa dalam Pembuktian Matematik” Menurut hasil wawancara, Sebagian besar mahasiswa program studi pendidikan matematika melakukan kesalahan dalam membuktikan pernyataan matematika, diantaranya adalah :

- (1) membuktikan suatu pernyataan dengan memberikan contoh tertentu,
- (2) manipulasi aljabar yang tidak tepat dalam induksi matematika,
- (3) penalaran dan asumsi yang tidak tepat pada pembuktian dengan kontradiksi, dan
- (4) kesalahan penalaran yang melibatkan induksi matematik dan bukti langsung.

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari ringkasan artikel yang kami berikan, dapat disimpulkan bahwa mempelajari matematika pada mata kuliah analisis real menimbulkan berbagai tantangan bagi mahasiswa, antara lain kesulitan dalam memahami konsep, kemampuan berpikir logis, kemampuan pembuktian matematis, dan pemecahan masalah. Faktor-faktor seperti kemandirian belajar, keterampilan ekspresif dan lingkungan belajar juga mempengaruhi kinerja siswa dalam kursus tersebut. Oleh karena itu, perbaikan metode pengajaran, pembelajaran yang terarah, dan memperhatikan kemampuan kognitif seperti analisis, sintesis, dan evaluasi nampaknya menjadi kunci untuk membantu siswa mengatasi kesulitan belajar dan meningkatkan prestasi belajar matematika.

DAFTAR REFERENSI

- Bertu, R. T., Azwar, A., Wilson, T., & Putri, E. K. (2022). Identifikasi kesalahan jawaban mahasiswa pada mata kuliah analisis real berdasarkan Newmann's error analysis. *Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, 10(2), 235-243. <http://ejurnal.ung.ac.id/index.php/Euler>
- Ety, S. (2018). Kemampuan berpikir logis mahasiswa pendidikan matematika pada mata kuliah analisis real. *Jurnal Wahana Didaktika*, 16(2), 207-221.
- Farhan, M. (2020). Kemandirian belajar dan kemampuan penalaran matematis pada matakuliah analisis real. *Diskusi Panel Nasional Pendidikan Matematika*, 6(1).

- Fitriani, F., & Siahaan, M. M. L. (2022). Deskripsi kemampuan pembuktian langsung mahasiswa pada matakuliah analisis variabel riil. *RANGE: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 112-121.
- Hanifah, H. (2021). Analisis kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dalam menyelesaikan soal limit dan kekontinuan. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 6(3), 69-81.
- Hodiyanto, H. (2017). Analisis kesalahan mahasiswa semester v dalam mengerjakan soal pengantar analisis real. *Edu Sains: Jurnal Pendidikan Sains dan Matematika*, 5(1), 33-44.
- Kartika, E. D., & Yazidah, N. I. (2019). Analisis kemampuan pembuktian matematis pada matakuliah analisis real berdasarkan adversity quotient. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 152-157.
- Qomariyah, S., & Rosyidah, U. (2022). Kesulitan belajar mahasiswa pendidikan matematika pada mata kuliah analisis real. *Jurnal Educatio FKIP UNMA*, 8(2), 396-400.
- Rezky, A. H. (2019). Kesalahan mahasiswa dalam pembuktian matematik. *Jurnal Didaktik Matematika*, 6(1), 1-15. rezkyagungherutomo@gmail.com
- Setyaningsih, E., & Widiyastuti, E. (2020). Pengembangan bahan ajar untuk mengembangkan kemampuan representasi dan pembuktian matematis. In *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FKIP UMP Purwokerto*.
- Siregar, N. F. (2020, January). Kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pokok bahasan sifat urutan pada bilangan real. In *Forum Paedagogik* (Vol. 10, No. 2, pp. 45-54). IAIN Padangsidimpuan.
- Suwanti, V., & Fayeldi, T. (2018). Analisis kesulitan mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan masalah pembuktian pernyataan matematika. *Jurnal Tadris Matematika*, 1(2).
- Takaendengan, B. R., Anwar, A., Takaendengan, W., & Kobandaha, P. E. (2022). Identifikasi kesalahan jawaban mahasiswa pada mata kuliah analisis real berdasarkan Newmann's error analysis. *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, 10(2), 235-243.